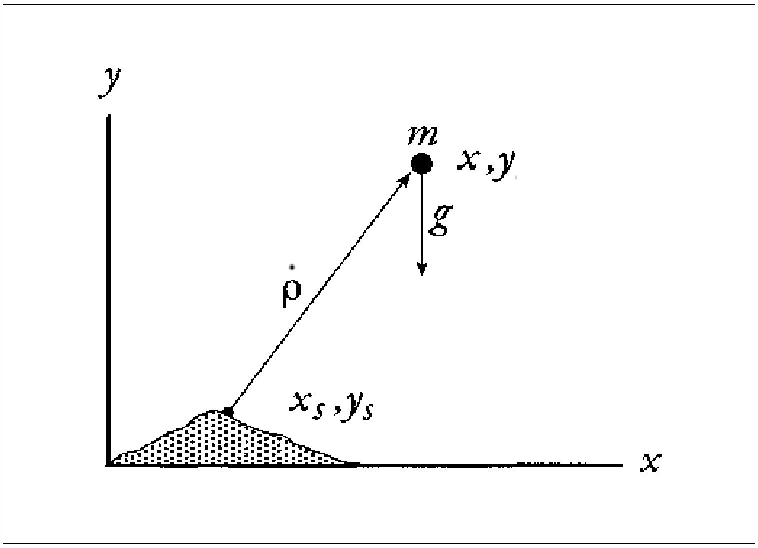
SOLUZIONE ESERCIZIO 1



Equazioni del moto:

$$\ddot{X}=0 \qquad \rightarrow \qquad \dot{X}=V_{X0} \qquad \rightarrow \qquad X=X_0+V_{X0}\cdot t$$

$$\ddot{Y}=g \qquad\qquad \dot{Y}=V_{Y0}+g\cdot t \qquad\qquad Y=Y_0+V_{Y0}\cdot t+\frac{1}{2}g\cdot t^2$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ V_X \\ V_Y \\ g \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t & \frac{1}{2}t^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ V_{X0} \\ V_{Y0} \\ g \end{bmatrix} \qquad \rightarrow \qquad X(t)=\phi(t,t_0)\cdot X_0$$

Osservabili rangerate:

$$\dot{\rho}=\frac{\vec{\dot{\rho}}\cdot\vec{\rho}}{\rho}=\frac{((X-X_s)\cdot(V_X-V_{Xs})+(Y-Y_s)\cdot(V_Y-V_{Ys}))}{\sqrt{(X-X_s)^2+(Y-Y_s)^2}}$$

Matrice delle derivate parziali:

$\tilde{H}=\partial G/\partial X$ <--- **X**:vettore di stato

$$\partial\dot{\rho}/\partial X=\frac{((V_X-V_{Xs})\cdot\rho-(X-X_s)\cdot\dot{\rho})}{\rho^2}$$
$$\partial\dot{\rho}/\partial Y=\frac{(V_Y-V_{Ys})}{\rho}-\frac{(Y-Y_s)\cdot\dot{\rho}}{\rho^2}$$
$$\partial\dot{\rho}/\partial V_X=\frac{(X-X_s)}{\rho}$$
$$\partial\dot{\rho}/\partial V_Y=\frac{(Y-Y_s)}{\rho}$$
$$\partial\dot{\rho}/\partial g=0$$

$$\tilde{H}_i=[\frac{(V_X-V_{Xs})}{\rho}-\frac{(X-X_s)\cdot\dot{\rho}}{\rho^2};\frac{(V_Y-V_{Ys})}{\rho}-\frac{(Y-Y_s)\cdot\dot{\rho}}{\rho^2};\frac{(X-X_s)}{\rho};\frac{(Y-Y_s)}{\rho};0]=[A;B;C;D;0]$$
$$H_i=\tilde{H}_i\cdot\phi(t_i,t_0)$$
$$H_i=\left[A\ ;\ B\ ;\ A\cdot t_i+C\ ;\ B\cdot t_i+D\ ;\ \frac{1}{2}\cdot B\cdot t_i^2+D\cdot t\right]$$

Sistema da risolvere:

$$Y=H\cdot X+\epsilon$$

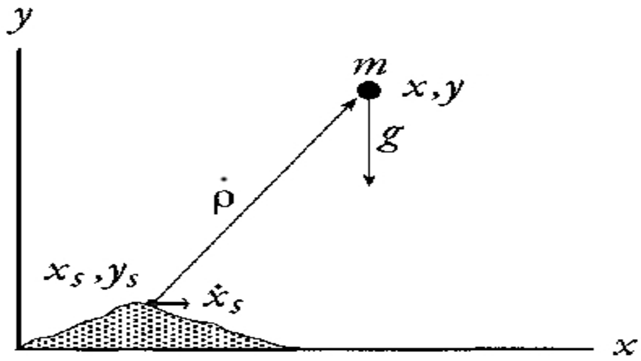
$$Y=\begin{bmatrix}\dot{\rho}_1\\ \dot{\rho}_2\\ \vdots\\ \dot{\rho}_m\end{bmatrix}\quad X=\begin{bmatrix}X_0\\ Y_0\\ V_{X0}\\ V_{Y0}\\ g\end{bmatrix}\quad H=\begin{bmatrix}\tilde{H}_1\cdot\phi(t_{1,}t_0)\\ \tilde{H}_2\cdot\phi(t_{2,}t_0)\\ \vdots\\ \tilde{H}_m\cdot\phi(t_m,t_0)\end{bmatrix}$$

$$J(x)=\frac{1}{2}\epsilon^T\cdot\epsilon=\frac{1}{2}(Y-HX)^T\cdot(Y-HX)\quad\rightarrow\quad X=(H^T\cdot H)^{-1}\cdot H^T\cdot Y$$

SOLUZIONI:

X_0= -500 km
Y_0=200 km
V_{X0}=7.2 km/s
V_{Y0}=1.2 km/s
g= - 3 m/s^2

SOLUZIONE ESERCIZIO 2



Equazioni del moto:

Bisogna considerare anche il moto della stazione oltre al moto già visto nell'es. 1:

$$X_s = X_{s0} + V_{Xs0} \cdot t$$
$$Y_s = Y_{s0}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ V_X \\ V_Y \\ g \\ X_s \\ V_{Xs0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t & \frac{1}{2}t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ V_{X0} \\ V_{Y0} \\ g \\ X_{s0} \\ V_{Xs0} \end{bmatrix}$$

Matrice delle derivate parziali:

Bisogna calcolare la derivata dell'osservabile (rangerate) anche rispetto alla posizione e velocità della stazione in x:

$$\partial \dot{\rho} / \partial X_s = \frac{((V_{Xs} - V_X) \cdot \rho + (X - X_s) \cdot \dot{\rho})}{\rho^2} = L$$
$$\partial \dot{\rho} / \partial V_{Xs} = \frac{(X_s - X)}{\rho} = M$$

$\rightarrow \ \tilde{H}_i = [A \ ; \ B \ ; \ C \ ; \ D \ ; \ 0 \ ; \ L \ ; \ M \ ]$

$\rightarrow \ H_i = \left[A \ ; \ B \ ; \ A \cdot t_i + C \ ; \ B \cdot t_i + D \ ; \ \frac{1}{2} \cdot B \cdot t_i^2 + D \cdot t \ ; \ L \ ; \ L \cdot t_i + M \right]$

Singolarità matrice $H^T \cdot H$ **…. !!!**